

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
1		<b>Tần số dao động riêng</b>	<b>4,00</b>
		Đặt lực P tại vị trí khối lượng M theo phương đứng để xác định phản lực X và vẽ biểu đồ mômen ( $M_p$ )	
			1,25
		(Hệ cơ bản 0,25đ; biểu đồ mômen ( $\bar{M}_1$ ) 0,50đ; biểu đồ mômen ( $M_p^0$ ) 0,50đ)	
		Phương trình chính tắc: $\delta_{11}^* \times X_1 + \Delta_{1P}^* = 0$	0,25
	a	$\delta_{11}^* = \frac{3L \times 3L \times 3L}{3 \times 3EI} = \frac{3L^3}{EI}$	0,25
		$\Delta_{1P}^* = -\frac{3L \times 3L \times 2PL}{2 \times 3EI} = -\frac{3PL^3}{EI}$	0,25
		$\Rightarrow X_1 = -\frac{\Delta_{1P}^*}{\delta_{11}^*} = P$	0,25
	Vẽ biểu đồ mômen ( $M_p$ ) = ( $\bar{M}_1$ ) $\times$ X <sub>1</sub> + ( $M_p^0$ )		
		0,50	
	Xem lực P = 1 để xác định chuyển vị đơn vị.	0,50	

	$\delta_{11} = \frac{(M_p) \times (M_p)}{EI} = \frac{2L \times 2L \times 2L}{3 \times 2EI}$ $+ \frac{3L}{6 \times 3EI} [2(L \times L + 2L \times 2L) - 2 \times L \times 2L] = \frac{7L^3}{3EI}$ <p>(Hoặc tạo trạng thái “k” vẽ biểu đồ mômen (<math>\overline{M_k}</math>), sau đó nhân hai biểu đồ (<math>\overline{M_k}</math>) với (<math>M_p</math>) để tìm <math>\delta_{11}</math>.)</p>	
	$\omega = \sqrt{\frac{g}{Q \times \delta_{11}}} = \sqrt{\frac{g}{Q} \times \frac{3EI}{7L^3}}$	0,25
	$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{981}{36} \times \frac{3 \times 2,1 \times 10^4 \times 3460}{7 \times (180)^3}} = 12,0624 \text{ s}^{-1}$	0,50
	<b>Chu kỳ dao động</b>	<b>0,50</b>
<b>b</b>	$T = \frac{2\pi}{\omega}$	0,25
	$T = \frac{2\pi}{12,0624} = 0,5209 \text{ s}$	0,25
	<b>Tần số kỹ thuật</b>	<b>0,50</b>
<b>c</b>	$n = \frac{60}{T}$	0,25
	$n = \frac{60}{0,5209} = 115,1853 \text{ 1/phút}$	0,25
<b>Tổng điểm câu 1</b>		<b>5,00</b>

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
2		<p><b>Ma trận mềm, ma trận khối lượng</b></p> <p>Đặt lực đơn vị <math>P = 1</math> tại vị trí khối lượng theo phương 1 và phương 2, vẽ biểu đồ mômen <math>(\bar{M}_1), (\bar{M}_2)</math></p>	<b>1,75</b>
	a	$\delta_{11} = \frac{(\bar{M}_1) \times (\bar{M}_1)}{EI} = 2 \times \left( \frac{4L \times 4L \times 4L}{3EI} \right) = \frac{128L^3}{3EI}$	0,25
		$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{(\bar{M}_1) \times (\bar{M}_2)}{EI} = -\frac{4L \times 2L \times 4L}{6EI} = -\frac{16L^3}{3EI}$	0,25
		$\delta_{22} = \frac{(\bar{M}_2) \times (\bar{M}_2)}{EI} = \frac{2L \times 2L \times 4L}{3EI} + \frac{2L \times 2L \times 2L}{3EI} = \frac{8L^3}{EI}$	0,25
		<p>Ma trận mềm:</p> $[F] = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} = \frac{L^3}{3EI} \begin{bmatrix} 128 & -16 \\ -16 & 24 \end{bmatrix}$	0,25
		<p>Ma trận khối lượng:</p> <p>+ <math>\Sigma m_i</math> theo phương 1: <math>m_1 = 4M</math></p> <p>+ <math>\Sigma m_i</math> theo phương 2: <math>m_2 = 2M</math></p> $[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$	0,25
		<b>Tần số dao động riêng</b>	<b>2,25</b>
	b	Phương trình tần số viết dưới dạng ma trận:	0,25

	$\left[ [F][M] - \frac{1}{\omega^2} [E] \right] = 0 \quad \text{Đặt } A = [F][M] - \frac{1}{\omega^2} [E] \quad (*)$	
	$\Rightarrow A = \frac{ML^3}{3EI} \begin{bmatrix} 128 & -16 \\ -16 & 24 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \frac{1}{\omega^2} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	0,25
	$\Leftrightarrow A = \frac{ML^3}{3EI} \times \begin{bmatrix} 512 - u & -32 \\ -64 & 48 - u \end{bmatrix} \quad \text{với } u = \frac{1}{\omega^2} \times \frac{3EI}{ML^3} \quad (**)$	
	$(*) \Leftrightarrow  A  = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 512 - u & -32 \\ -64 & 48 - u \end{bmatrix} = 0$ Khai triển định thức thu được phương trình: $u^2 - 560u + 22528 = 0$	0,50
	Giải phương trình, ta được: $u_1 = 516,3726 \quad \text{và} \quad u_2 = 43,6274$	0,25
	$(**) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{u_i} \times \frac{3EI}{ML^3}}$	0,25
	$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{u_1} \times \frac{3EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{1}{516,3726} \times \frac{3 \times 18}{0,052}} = 1,4181 \text{ s}^{-1}$	0,25
	$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{u_2} \times \frac{3EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{1}{43,6274} \times \frac{3 \times 18}{0,052}} = 4,8788 \text{ s}^{-1}$	0,25
	Tần số dao động riêng (sắp xếp tăng dần theo $\omega$ ): $\omega = \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1,4181 \\ 4,8788 \end{Bmatrix} \text{ s}^{-1}$	0,25
<b>c</b>	<b>Ma trận dạng dao động riêng</b>	<b>1,00</b>
	Xác định dạng dao động riêng: $\{\varphi_i^*\} = -[B_{11}]^{(i)-1} \{B_1\}^{(i)} = -\frac{-64}{48 - u_i} \quad (***)$	0,25
	Chọn chuyển vị tại vị trí theo phương 1 bằng 1, nghĩa là $\varphi_{11} = 1$ và $\varphi_{12} = 1$	0,25
	Với $u_1 = 516,3726$ và $u_2 = 43,6274$ thay vào (***) $\Rightarrow \begin{cases} \varphi_{21} = -0,1366 \\ \varphi_{22} = 14,6366 \end{cases}$	0,25
	Ma trận các dạng dao động riêng: $[\varphi] = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0,1366 & 14,6366 \end{bmatrix}$	0,25
<b>Tổng điểm câu 2</b>		<b>5,00</b>